最优拍卖设计：简单性与鲁棒性

陆品燕 唐志皓
上海财经大学

关键词：最优拍卖机制设计

引言

拍卖机制是一个经济学术语，不单是我们平时想象中的大家在一个屋子里不断举牌的方式，而是泛指任何卖家把物品卖给买家的方式。其中最常见的包括超市定价的方式（卖家给货物定一个价格，买家根据自己的喜好和预算决定是否购买），菜市场的讨价还价方式（卖家和买家在不断的交互中确定一个双方都能接受的价格），公司及政府招投标的方式（几个买家同时把自己的报价提交给卖家，卖家按照一定的规则决定中标的买家以及最终的价格）。在互联网经济时代，由于网络的便捷性（不需要把买家聚集到一个屋子），有很多更加复杂的拍卖机制被使用，比如搜索引擎的关键词拍卖、上海市的车牌拍卖等。怎样的拍卖机制才是一个好的拍卖机制呢？这个评价有很多不同的角度，比如资源分配的效率、公平等，本文要讨论的是其中最重要的也是最被广泛研究的标准：**卖家收益最大化**。这个最优拍卖理论是微观经济学中非常重要的一个主题，其中最重要的结果就是著名的迈尔森最优拍卖理论 (Myerson's optimal auction theory)，罗杰·迈尔森 (Roger B. Myerson) 也因此而获得了诺贝尔经济学奖。对于单种物品的拍卖、买家估值分布已知且彼此独立的条件下，Myerson 完全在数学上给出并证明了最优的拍卖机制。但是，Myerson 理论的正确性特别依赖它的三个假设：单物品、估值分布已知、不同买家的估值独立。这三个条件在现实中，特别是在现在复杂的网络经济环境中是不成立的，那么在这样的环境中，如何推广 Myerson 理论呢？经济学家在之前几十年做了很多努力，但只能在一些很特殊的情形下有一些数学刻画。这其实并不是没有原因的，因为经济学家追求的一般情况下的数学刻画可能就是不存在的。

最近十几年，理论计算机科学家在这个问题上取得了很多很有意义的进展，他们通过复杂性、算法、近似比等完全来自计算机科学的概念来重新审视最优机制设计这个课题。我们将详细展开在计算经济学领域取得的一系列进展。总体来说，研究进展非常明显的，因为一些计算机科学概念及工具的引入，得到了很多在传统经济学中无法获得的结果。另外，互联网经济的发展也为这些理论研究提供了试验田与实证基础。

基本概念及 Myerson 机制

我们始终考虑单一卖家的情形，卖家希望将他的期望利润最大化。市场上有 n 个买家，买家 i 用价值 v_i 来表示他最多愿意出多少钱来买这个货物，也就是这个东西对他来说值多少钱。当有多个物品的时候，v_i 是一个价值函数，它可以是可加的或者更加复杂的函数。这个价值 v_i 是买家的私有信息，卖家并不知道，在一个拍卖机制中需要买家报出自己的价值函数。一个拍卖机制由两个函数（算法）组成：(1) **分配函数**确定每个买家获得的物品；(2) **价格函数**确定每个买家需要支付给卖家的钱。对于每个买家来说，他的**效用函数**是对于他所拿到的物

品集合的价值减掉他需要支付给卖家的价格。我们定义一个拍卖机制是优势策略激励相容 (Dominant-Strategy Incentive-Compatible, DSIC) 的，是说一个买家即使在知道其他买家报价的时候，报出自己的真实价值仍然是将自身效用最大化的策略，比如 Vickrey 拍卖[1]（次价拍卖）就是这样一个 DSIC 的机制。

这里一般假设卖家虽然不知道买家的价值函数，但知道它们的一个先验分布，并且假设买家的价值就是取自这个先验分布。卖家的目标是设计一个机制，使其期望的利润（即收到的来自买家的价格之和）最高。当有这样一个先验分布的时候，还有一个激励相容的拍卖机制的定义是贝叶斯激励相容 (Bayesian Incentive-Compatible, BIC)，它是指一个买家不知道别人的报价但知道报价的分布时，报出他的真实价值可以将他的期望最大化的效用函数，这个期望是基于他人报价的随机性而言的。一个 DSIC 机制一定也是一个 BIC 机制，而反过来却不一定。也就是说 DSIC 机制是性质更强的一类拍卖机制，而 BIC 是更广的一类。 对于 DSIC 和 BIC 机制，我们假设买家都会按照自己的真实价值报价。在这个前提下，我们就可以计算卖家期望的收益，**最优拍卖机制设计的目标是设计最好的 DSIC 或 BIC 机制来将卖家的期望收益最大化**。

如引言中提到的，Myerson 最优拍卖[2]机制刻画了单物品拍卖情形下的最优机制。他假设买家之间的价值分布是独立的。对于单物品拍卖，买家的价值函数就是一个实数 v_i，表示买家 i 对该物品的支付意愿。我们用 F_i 来表示其先验分布的概率分布函数，f_i 表示其密度函数。Myerson 引入了一个叫做**虚拟价值**的数学概念

$$\varphi_i(v_i) = v_i - \frac{1 - F_i(v_i)}{f_i(v_i)}$$

这个函数会把买家的价值映射成另外一个数，该函数与该买家的价值分布相关。如果 φ_i 是一个单调函数，我们就说 F_i 是一个**正则分布**。对于非正则分布的情况，Myerson 要先做一步“烫平”的变换，把它变成正则的。

对于正则分布，Myerson 机制先观察有没有买家的虚拟价值是正的，如果没有的话，谁都拿不到物品，否则就把物品分配给虚拟价值最高的买家。买家需要支付的价格是所谓的阈值价格，也就是他还能保持自己最高虚拟价值地位的最低报价。对于买家分布是独立同分布，并且该分布是正则分布的特殊情况，Myerson 最优拍卖机制等价于带保留价的次价拍卖。Myerson 理论非常优美，他给出了一个相对简单的确定性 DSIC 机制，并且证明了它是所有 BIC 机制中期望收益最高的。

即使是优雅的 Myerson 拍卖也鲜有在现实中应用的场合，主要有两个原因：其一是该拍卖机制规则复杂；其二是该机制的最优性依赖于严格的数学假设条件，特别是依赖于先验分布的准确信息。正是来源于实际应用对于机制所提出的新要求，我们主要讨论最优拍卖机制设计的两个维度：简单性与鲁棒性。

最优拍卖机制设计的简单性

设计理论最优的机制显然是一项意义重大的研究，这也是经济学家长久以来关注的研究问题。除此以外，我们也常常思考为何最优机制并不能在现实中得以使用。其中一个最重要的原因是最优机制通常非常复杂，无法在现实场景中实现。理论计算机科学家借鉴了近似算法的思想，对机制设计问题提出了另一种维度的思考：**简单机制得到的利润与最优机制得到的利润是否可比呢？**

单物品拍卖

对于单物品的拍卖，Myerson 最优拍卖机制刻画了单物品拍卖情形下的最优机制。可惜，即使是如此优美的结论也并没有在日常生活中被商家使用，这是由多方面的原因引起的，比如：(1) 该机制对于不同的买家来讲会因为其先验分布的不同产生歧视，可能产生 $v_i > v_j$ 但 $\varphi_i(v_i) < \varphi_i(v_j)$ 的情况，从而导致你出价比别人高，但虚拟价值更低，使得物品被他人得走；(2) 该机制是一个拍卖机制，而非现实

中更常见的定价机制。定价机制是指像超市一样，卖家事先给定一个价格，任何一个买家想要就可以直接通过这个价格买走。拍卖机制相比定价机制要求更多的卖家与买家之间的信息交流，同时也会对买家的隐私构成威胁，因为买家需要汇报自己的价值，而不是面对定价时简单地决定是否购买。

基于这些原因，我们在日常生活中所看到的更多的是定价机制。在超市的例子中，卖家面对所有买家使用统一的价格，我们将它称为**单一定价机制**，这基本上是所有机制中最简单的。另外两个介于中间复杂度的重要机制是顺序定价机制和带保留价的次价拍卖。**顺序定价**是指每来一个潜在的买家，定一个价格问他要不要，如果要，就直接按照这个价格买走，否则买家就不买东西然后离开，并且对于不同买家定的价格可能不同。传统上，这种拍卖方法主要用于没有明码标价的市场，如菜市场、海鲜市场等。随着网络购物的兴起与广泛使用，顺序定价可谓是无处不见，特别是机票的价格，相信读者都会有这样的经历：不同的人在不同时间搜索看到的价格是不同的。商家通过这种价格歧视的方法可以获得更多的收益。**带保留价的次价拍卖**是一种拍卖而不是简单定价，需要买家与卖家之间的直接交互。但它相对于 Myerson 机制更适合使用的原因是它更简单，而且不对不同的买家进行区别对待，对大家是公平的。

这四类最重要的机制直接构成了图 1 中的格结构，越靠上的越复杂，收益越多；越靠下的越简单，收益越少。**我们想研究的是任何一个机制相对于它的一个上层机制而言，最好的近似比是多少，**

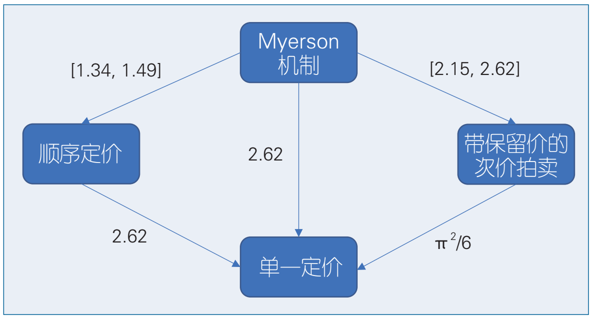

图 1　四类机制之间的近似比

这样的研究可以帮助决策者在不同的需求场合选择最合适的机制。具体分为图 1 中 5 对机制之间的近似比（也就是对应图中的 5 条连线。另外，顺序定价与带保留价的次价拍卖两者之间在结构上没有序的关系，所以它们的收益不可比，故不需要研究他们之间的近似比）。

图 1 中的结果均考虑买家的分布独立且正则的情形，数字表示不同机制之间的近似比，单一数字表示该近似比是紧的，区间表示当前该近似比上下界的最好结果。

1. 单一定价与顺序定价之间的近似比。这个对比主要研究的是同样在简单定价的策略下，通过对不同的买家进行区别定价或者不同的时段区别定价，收益的影响最多可以达到多少。在不对买家的价值分布做假设的情形下，近似比最坏可以为 n[3]；当买家独立同分布且分布满足正则性时，近似比为 $\frac{e}{e-1} \approx 1.58$；当买家独立同分布但分布不满足正则性时，近似比为 2[4, 5]；当买家分布不同但满足正则性时，本文作者及其合作者证明了近似比为 2.62[6]。

2. 单一定价与带保留价的次价拍卖之间的近似比。这个对比主要研究不允许歧视不同的买家，在参与者都公平的前提下，一个需要交互的拍卖策略比一个简单的定价策略究竟可以多出多少比例的收益。当买家的价值独立同分布且满足正则性时，带保留价的次价拍卖即为 Myerson 机制，两者的近似比为 $\frac{e}{e-1} \approx 1.58$[5, 7]。当买家分布不同时，本文作者及其合作者证明了近似比是 $\frac{\pi^2}{6} \approx 1.64$[6]。

3. 顺序定价与 Myerson 机制之间的近似比。这个对比主要研究同样允许对不同的买家区别对待的时候，一个需要交互的拍卖策略比一个简单的定价策略究竟可以多出多少比例的收益。这一组对比的研究与先知不等式 (prophet inequality) 密切相关，在停时理论和计算经济学的其他领域也得到了广泛的研究，此处不具体展开。当买家的价值独立同分布时，近似比为 1.134[8]。当买家的分布不相同时，目

前尚未知最优的近似比，已知的下界来自独立同分布时的 1.34，上界为 1.49[9]。

4. 单一定价与 Myerson 机制之间的近似比。这个直接研究最简单、最公平的单一定价机制和最优的机制直接的近似比。Alaei 等人 [3] 证明了单一定价与事前最优 (Ex-ante) 的近似比为 e，推论得单一定价与最优机制之间的近似比上界为 e。最近，本文作者及其合作者 [35] 证明了该组比较下的近似比为 2.62。该数值与顺序定价和单一定价的近似比相同。即在最坏情形下，顺序定价、Myerson 机制都可以获得单一定价利润的 2.62 倍。

5. 带保留价的次价拍卖与 Myerson 机制之间的近似比。这个对比主要研究的是同样在拍卖的策略里，是否对不同的买家进行区别对待对于收益的影响最多可以达到多少。此项比较是五个问题中被研究最多的。这个问题在 2009 年首先被提出 [11]，并被作为“简单”和“最优性”对比的一个示范性题目。在该论文中，作者给了一个 2 的下界和 4 的上界，并猜想下界 2 是紧的。该猜想被本文作者及其合作者 [6] 推翻，我们找到了一个 4 个人的实例，它的近似比超过了 2.15。

图表中已经完全刻画的三项比较均利用了数学规划的方法。通过对最坏情况下买家价值分布的刻画，我们可以将求解近似比转化为建立数学规划并求解的过程。值得注意的是，上述五项比较中最受到重视的 Myerson 机制与带保留价的次价拍卖之间的比较仍未得到完全解决，其主要原因是：一方面，在技术上我们对 Myerson 机制和对带保留价的次价拍卖的刻画都相对复杂，导致在数学规划的求解中有许多困难；另一方面，金耀楠等人 [6] 的下界构造让我们相信最坏情形仍然在买家数量趋于无穷时取到，数学规划方法仍被相信是攻克该问题的最佳途径。

多物品拍卖

对于多物品的拍卖，即使是在最简单的情况下，买家仍是可加的价值函数，并且不同买家的价值分布独立，也并没有简单的刻画。蔡洋等理论计算机科学家 [12, 13] 给出了一个算法的刻画，最优机制设计问题被规约到一个纯粹的最优算法设计的问题。这是一系列很有意思的工作，从某种意义上来说，他们给出了 Myerson 理论的一个多物品推广。Myerson 理论把原来收益最优的目标变成了虚拟价值最高的优化问题，然后分配方案就很容易确定。只是对于单物品的情形，这个虚拟价值最优的问题是一个几乎平凡的优化问题，把物品分配给虚拟价值最高的买家就可以了，这就是 Myerson 最优机制。对于多物品的情形，转化之后的优化问题也是单纯针对分配方案的，但是目标函数改变了。因为一旦有多个物品，这个优化问题就不是平凡的，有时候甚至在计算上是困难的，所以不能给出一个闭式的解析解，只是给出了一个算法的刻画。这些结果都是针对最优的 BIC 机制的，该机制一般不是 DSIC 的。最优的 DSIC 机制连这类算法的刻画都没有，是一个很重要的开放问题。不仅如此，上述研究发现的最优拍卖机制通常是非常复杂的，分配与付款规则要远远比 Myerson 机制复杂，因而在现实中难以应用。设计简单机制并比较它们与最优机制之间的收益差距自然成为了一个重要的研究方向。

对于单需求的买家，文献 [7] 证明了顺序定价是可以获得常数近似比的简单机制。对于价值函数可加的买家，即使在单买家的简单情形下，为每个物品单独定价仍不能得到一个常数近似比的机制，有时候需要把一些物品捆绑销售。文献 [14] 证明了对于单买家的情形，有两种简单机制可以达到常数近似比，即每个物品单独定价或者所有产品一起捆绑销售中较好的那个机制。姚期智先生把这个结果推广到了多买家的情况，在多买家的情况下，类似的两个简单机制中好的那个也可以达到常数近似比 [15]。

最近，蔡洋等人 [16] 提出了一个基于对偶的方法，统一解释了上述近似最优机制设计，并且利用该框架给出了一些更好的近似比的证明。值得一提的是这些简单机制都是 DSIC 机制，但证明显示即使相对于最优的 BIC 机制，它们也是近似最优的。通过进一步扩展该对偶方法，蔡洋与赵鸣飞 [17] 设计了买家价值为次模函数时的常数近似机制与次可加函数时的 $O(\log m)$- 近似机制，其中 m 为物品的数量。

竞争复杂度

前文提到的研究方法注重于比较简单机制与最优机制之间的收益差距。然而大多数时候，卖家并不愿意损失 50% 的利润（我们的近似比分析有时仅能保证简单机制获得常数近似，且常数通常较大）。另一种思路是通过在拍卖中引入更多的买家，使得机制能够产生更多的利润。因此，我们研究了以下问题：在特定的拍卖设置中，我们需要多少额外的买家，使得简单机制（有额外买家）能比最优机制（无额外买家）获得更多的利润呢？该问题的答案被 Eden 等人 [18] 定义为**竞争复杂度**。

对于该问题最早的研究可以追溯到 1996 年 Bulow 和 Klemperer 的经典论文 [19]。他们证明了在单物品拍卖设置下，若买家的价值独立同分布且满足正则性，一个额外买家就能保证次价拍卖得到的利润大于 Myerson 最优机制得到的利润。当买家的价值分布不同时，Hartline 和 Roughgarden[11] 证明了如果有额外的 n 个买家，他们的分布各自与原 n 位买家相同，次价拍卖可以保证最优利润的 50%。最近，伏虎等人 [20] 证明了只需要原 n 位买家中一位特定买家的复制，次价拍卖就可以保证对最优利润的常数近似。

Eden 等人 [18] 将该结果推广到了多物品拍卖的情形，在正则性假设下，该论文给出了 $(n+2(m-1))$ 的竞争复杂度上界。费尔德曼 (Feldman) 等 [21] 证明了分开售卖物品给 $O(n\cdot\ln(\frac{m}{n})/\epsilon)$ 个额外的买家可以保证最优利润（无额外买家）的 $(1-\epsilon)$。最近，Beyhaghi 和 Weinberg[22] 将该界进行了改进，并且保证得到比最优机制（无额外买家）更多的利润，在 $n\leq m$ 时，该界是紧的。

最优拍卖机制设计的鲁棒性

从 Myerson 机制开始，绝大多数关于最优机制及近似最优机制设计的研究都是针对买家价值分布是完全独立的情况。但是就像 Myerson 当年指出的，并且在很多实证研究中观测的那样，这个假设在现实中一般是不满足的。经济学家进一步研究了对于一般的买家价值的联合分布，最优机制该如何设计。其中最重要的结果之一是 Crémer 和 Mclean[23] 证明的，在单物品拍卖中，当买家的联合分布满足非常弱的相关性条件时，最优 BIC 机制可以通过平衡买家之间的报价，获取买家的所有价值。然而，该结果在某种程度上基于一个更强的假设：卖家完全知道所有买家价值的联合分布，并且利用这个联合分布来优化他的拍卖机制。事实上，卖家是很难得到这个联合分布的准确信息的。从学习的角度来说，要学习到这样一个分布需要指数级数量的采样精确地估计这样一个联合分布几乎是不可能的。同样的批判在多物品拍卖的环境中被进一步放大。除了上述提到的学习问题，每位买家对不同物品价值的独立性假设并不是一个符合现实情况的假设（直觉上我们会认为每个买家对不同物品的价值呈正相关性）。在鲁棒性机制设计研究中，学者们关心的核心问题可以概括为：**当先验分布无法被精确习得时，卖家应当如何设计最优机制？**

相关性鲁棒

Carroll[24] 在 2017 年提出了相关性鲁棒的机制设计模型。该论文研究的是多物品、单个买家的拍卖环境，并假设买家对于物品集的价值函数是可加的。这个模型假设卖家有每个物品边际分布的信息，但没有联合分布的信息。根据这些边际分布，卖家设计一个拍卖机制，但是对于该机制性能的评价是基于满足这些边际分布的且是最坏的那个联合分布来衡量的，也就是说用这个机制所能保证的最坏收益来衡量的。严格来说，我们用 v_i 表示买家对第 i 个物品的估值，f_i 表示第 i 个物品的边际分布，那么给定一个拍卖机制，它的相关性鲁棒收益定义为

$$min\left\{\sum_{\vec{v}}\pi\left(\vec{v}\right)\cdot p\left(\vec{v}\right) \mid \sum_{\vec{v}_{-i}}\pi\left(v_i,\vec{v}_{-i}\right)=f_i(v_i),\forall i,v_i\right\}$$

在这个新的模型下，我们研究如何利用边际分布的

信息，设计相关性鲁棒收益最大的机制。

我们将它和传统模型作比较，卖家都拥有买家对于不同物品价值的边际分布。区别在于传统模型假设不同物品之间的独立性，而相关性鲁棒模型考察所有吻合边际分布的联合分布的最坏情况。

Carroll 证明了对每个物品单独定价售卖的简单机制是在相关性鲁棒最优机制模型中最好的机制。Gravin 和陆品燕 [25] 进一步将把该结果推广到了买家带预算的情形。

注意到在该模型框架下得到的最优拍卖机制也是我们日常生活中最常见的定价机制，这与经典模型下的结论大相径庭。在假设买家对不同物品价值独立的设置中，经济学家与理论计算机科学家观察到最优机制可能非常复杂。有时最优机制必须是随机化的，并包含无穷多项彩票 [26, 27]（彩票是指买家购买时并非选择购买某一物品，而是类似 50% 获得物品 1，50% 获得物品 2）。有时最优机制是不单调的 [28]，即当买家的估值分布提升（概率意义下）时，最优的利润反而下降了。这些违反直觉的观察在仅有两个物品时就可能出现，这也进一步展现了相关性鲁棒模型的优越性。

本文作者和贝小辉、Gravin 等人 [29] 将该模型的思想应用到单物品拍卖的环境中。假设卖家知道各个买家价值的边际分布，但不知道买家之间的联合分布，我们可以类似地定义相关性鲁棒收益。这个模型也同样值得与 Myerson 的最优机制设计做一个对比，用计算机的语言来描述的话，相关性鲁棒模型研究的是最坏情形分析，而 Myerson 通过假设买家独立做的是平均情形分析。该论文并未完全刻画最优机制，但证明了顺序拍卖机制能够保证常数近似比。

先验无关机制设计

早于相关性鲁棒模型，一种要求更高的机制类型——先验无关机制被提出，这种机制要求卖家在没有任何先验分布信息的条件下设计机制。先验无关的机制有很多优势，如何衡量一个先验无关的机制的性能呢？2001 年文献 [30] 提出了一个基于竞争比的最优机制设计模型。在这个模型中，我们通过一个经济学上有意义的基准函数 (benchmark) 来衡量一个机制的优劣。具体来说，竞争比定义为最坏情况下机制的收益与基准函数的比例。

对于数字产品的拍卖，也就是买家是单需求的，每个物品是完全一样的，并且有足够的物品 $m=n$。2001 年，Andrew 等人的论文中提出了将单一定价时的最好收益作为基准函数并给出了一个常数竞争比的拍卖机制 [30]，但这个常数非常大。在之后的十多年里，有更好竞争比的拍卖机制不断被设计出来，竞争被提高到 15, 4, ⋯, 3.12。2004 年，Goldberg 等人 [31] 证明了该问题竞争比的一个下界 2.42。陈宁、陆品燕和 Gravin 等人 [32] 证明了存在一个机制的竞争比恰好是 2.42，也就是说这就是最优的拍卖机制，从而完全解决了这个十多年的研究课题。该论文的证明给出了一个一般性的方法，也可以应用的其他的基准函数。但推广到非数字产品，陈宁等人 [33] 的结果改进了原来的竞争比，但并没有做到紧的界，该领域内仍有许多未解决问题可以研究。

样本复杂度

在现实生活中，尽管机制设计者很难有买家价值分布的精确表述，但往往可以通过历史数据对该先验分布做一个估计。尽管历史数据的形式不尽相同，在理论模型中，我们将其抽象为来自先验分布的独立采样。假设卖家不知道买家价值的先验分布，但是有来自该分布的独立采样，卖家需要多少个样本能够保证自己以大概率设计出近似最优的机制呢？

这个问题最早由 Cole 和 Roughgarden[34] 提出。在单物品拍卖环境中，他们证明了在买家的价值分布满足正则性或更强的单调似然率 (Monotone Hazard Rate, MHR) 性质时，只需要关于买家数量 n、精度系数 ϵ^{-1} 呈多项式数量的样本就可以得到 $(1-\epsilon)$ 近似最优的机制。在此之后，一系列的工作围绕这一课题展开，学者们考察了其他分布类型，例如有界支

持分布[35, 36]、单买家情形[37]、买家独立同分布情形[38]等，也一直在改进最初的多项式时间界[35, 39, 40]。尽管多项式界是容易得到的，这些工作均未能给出这个基本问题的完全解答。特别地，这些论文都针对自己考虑的设置给出特定的算法。

直到最近，郭铖浩[41]等人才给出了完全解决了单物品拍卖的样本复杂度问题，他们的算法对于不同的分布类型使用了统一的机制设计，仅在分析中利用了不同分布类的性质，他们证明了针对正则分布、MHR 分布、[1, H] 有界分布的样本复杂度分别为 $\tilde{O}(n\epsilon^{-3})$, $\tilde{O}(n\epsilon^{-2})$ 和 $\tilde{O}(nH\epsilon^{-2})$，其中 $\tilde{O}$省略了 log 项。

Gonczarowski 和 Weinberg[42] 研究了多物品拍卖下的样本复杂度，尽管之前我们提到多物品拍卖的最优机制尚未有简洁的刻画，但我们仍然能研究其样本复杂度。在单买家情形下，他们证明了只需要 poly(m, ϵ^{-1}) 个样本就能得到 ($1-\epsilon$) 近似。在多买家情形下，poly(n, m, ϵ^{-1}) 个样本能够得到近似最优的 ϵ-BIC 机制。能够注意到，他们放松了对于所得机制的限制，他们构造的拍卖机制仅满足 ϵ-BIC 性质。

总结

本文讨论基于卖家收益最大化的机制设计，调研该领域中机制简单性与鲁棒性的最新研究成果。在简单性研究中，我们着重于比较不同能力的机制所能获得的收益之间的近似比，具体研究方向包括单物品拍卖、多物品拍卖以及竞争复杂度等。值得注意的是，在最经典的单物品拍卖中，最受关注的带保留价格的次价拍卖与 Myerson 机制的比较仍然是未解决的问题。

在鲁棒性研究中，我们放松对买家先验分布的假设，在没有完整信息的情形下设计收益最大化机制，具体研究方向包括相关性鲁棒、先验无关机制设计和样本复杂度等。在上述三个模型中，最基础设置下的最优拍卖机制均已被完全刻画，但仍有大量问题的变种有待解决。■

陆品燕
CCF 杰出会员，CCCF 编委，2014 年 CCF 青年科学家奖获得者。上海财经大学教授、理论计算机科学研究中心主任。主要研究方向为计算复杂性、算法、算法博弈论。
lu.pinyan@mail.shufe.edu.cn

唐志皓
CCF 专业会员。上海财经大学助理教授。主要研究方向为在线算法、算法博弈论。
tang.zhihao@mail.shufe.edu.cn

参考文献

[1] Vickrey W. Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders[J]. *The Journal of finance*, 1961, 16(1):8-37.

[2] Myerson R B. Optimal auction design[J]. *Math. Mathematics of Operations Research*, 1981, 6(1):58-73.

[3] Alaei S, Hartline J D, Niazadeh R, et al. Optimal auctions vs. anonymous pricing[J]. *Games and Economic Behavior*, 2019, 118:494-510.

[4] Paul Dütting, Felix A. Fischer, Max Klimm. Revenue gaps for static and dynamic posted pricing of homogeneous goods[J]. *CoRR*, abs/1607.07105, 2016.

[5] Hartline J D. Mechanism design and approximation[J]. *Book draft*. 2013.

[6] Jin Y, Lu P, Tang Z, et al. Tight revenue gaps among simple mechanisms[C]// *Proceedings of the Thirtieth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, 2019: 209-228.

[7] Chawla S, Hartline J, Malec D, et al. Multiparameter mechanism design and sequential posted pricing[C]// *Proceedings of the 42nd ACM Symposium on Theory of Computing*, 2010: 311-320.

[8] José R. Correa, Patricio Foncea, Ruben Hoeksma, Tim Oosterwijk, et al. Posted price mechanisms for a random stream of customers[C]// *Proceedings of the 2017 ACM Conference on Economics and Computation*, 2017: 169-186.

[9] Jose Correa, Raimundo Saona, Bruno Ziliotto. Prophet secretary through blind strategies[C]// *Proceedings of the Thirtieth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, 2019: 1946-1961.

[10]Jin Y, Lu P, Qi Q, et al. Tight approximation ratio of anonymous pricing[C]// Proceedings of the 51st Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing, 2019: 674-685.

[11]Jason D. Hartline and Tim Roughgarden. Simple versus optimal mechanisms. In Proceedings 10th ACM Conference on Electronic Commerce (EC-2009), Stanford, California, USA, July 6-10, 2009, pages 225-234, 2009.

[12]Yang Cai, Constantinos Daskalakis, and S. Matthew Weinberg. Optimal multi-dimensional mechanism design: Reducing revenue to welfare maximization. In FOCS, pages 130-139. IEEE Computer Society, 2012.

[13]Yang Cai, Constantinos Daskalakis, and S. Matthew Weinberg. Understanding incentives: Mechanism design becomes algorithm design. In FOCS, pages 618-627. IEEE Computer Society, 2013.

[14]Babaioff Moshe, Immorlica Nicole, Lucier Brendan, et al. A simple and approximately optimal mechanism for an additive buyer[J]. In 55th IEEE Annual Symposium on Foundations of Computer Science, , 2014: 21-30.

[15]Andrew Chi-Chih Yao. An n-to-1 bidder reduction for multi-item auctions and its applications. In Proceedings of the Twenty-Sixth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, SODA 2015, San Diego, CA, USA, January 4-6, 2015, pages 92-109, 2015.

[16]Yang Cai, Nikhil R. Devanur, and S. Matthew Weinberg. A duality based unified approach to bayesian mechanism design. In Proceedings of the 48th Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing, STOC 2016, Cambridge, MA, USA, June 18-21, 2016, pages 926-939, 2016.

[17]Yang Cai and Mingfei Zhao. Simple mechanisms for subadditive buyers via duality. In Proceedings of the 49th Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing, STOC 2017, Montreal, QC, Canada, June 19-23, 2017, pages 170-183, 2017.

[18]Alon Eden, Michal Feldman, Ophir Friedler, Inbal Talgam-Cohen, and S. Matthew Weinberg. The competition complexity of auctions: A bulow-klemperer result for multi-dimensional bidders. In Proceedings of the 2017 ACM Conference on Economics and Computation, EC'17, Cambridge, MA, USA, June 26-30, 2017, page 343, 2017.

[19]Bulow J , Klemperer P . Auction versus Negotiations[J]. The American Economic Review, 1996, 86(1):180-94.

[20]Hu Fu, Christopher Liaw, and Sikander Randhawa. The vickrey auction with a single duplicate bidder approximates the optimal revenue. In EC, pages 419-420. ACM, 2019.

[21]Michal Feldman, Ophir Friedler, and Aviad Rubinstein. 99% revenue via enhanced competition. In EC, pages 443-460. ACM, 2018.

[22]Beyhaghi H, Weinberg S M. Optimal (and benchmark-optimal) competition complexity for additive buyers over independent items[J]. In STOC, ACM, 2019: 686-696.

[23]Jacques Crémer and Richard P McLean. Optimal selling strategies under uncertainty for a discriminating monopolist when demands are interdependent. Econometrica, 53(2):345-61, March 1985.

[24]Gabriel Carroll. Robustness and separation in multidimensional screening. Econometrica, 85(2):453-488, 2017.

[25]Nick Gravin and Pinyan Lu. Separation in correlation-robust monopolist problem with budget. In SODA, pages 2069-2080. SIAM, 2018.

[26]Constantinos Daskalakis, Alan Deckelbaum, and Christos Tzamos. The complexity of optimal mechanism design. In SODA, pages 1302-1318. SIAM, 2014.

[27]Sergiu Hart and Noam Nisan. The menu-size complexity of auctions. In EC, pages 565-566. ACM, 2013.

[28]Sergiu Hart and Philip J Reny. Maximal revenue with multiple goods: Nonmonotonicity and other observations. Theoretical Economics, 10(3):893-922, 2015.

[29]Xiaohui Bei, Nick Gravin, Pinyan Lu, et al. Correlation-robust analysis of single item auction[M]. Proceedings of the Thirtieth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, 2019: 193-208.

[30]Andrew V. Goldberg, Jason D. Hartline, and AndrewWright. Competitive auctions and digital goods. In Proceedings of the Twelfth Annual Symposium on Discrete Algorithms, January 7-9, 2001, Washington, DC, USA., pages 735-744, 2001.

[31]Andrew V. Goldberg, Jason D. Hartline, Anna R. Karlin, and Michael E. Saks. A lower bound on the competitive ratio of truthful auctions. In STACS, volume 2996 of Lecture Notes in Computer Science, pages 644-655. Springer, 2004.

[32]Ning Chen, Nick Gravin, and Pinyan Lu. Optimal competitive auctions. In STOC, pages 253-262. ACM, 2014.

[33]Ning Chen, Nikolai Gravin, and Pinyan Lu. Competitive analysis via benchmark decomposition. In EC, pages 363-376. ACM, 2015.

[34]Richard Cole and Tim Roughgarden. The sample complexity of revenue maximization. In Proceedings of the 46th Annual ACM Symposium on Theory of Computing, pages 243-252. ACM, 2014.

[35]Nikhil R Devanur, Zhiyi Huang, and Christos-Alexandros Psomas. The sample complexity of auctions with side information. In Proceedings of the 48th annual ACM symposium on Theory of Computing, pages 426-439. ACM, 2016.

[36]Yannai A Gonczarowski and Noam Nisan. Efficient empirical revenue maximization in singleparameter auction environments. In Proceedings of the 49th Annual ACM Symposium on Theory of Computing, pages 856-868. ACM, 2017.

[37]Zhiyi Huang, Yishay Mansour, and Tim Roughgarden. Making the most of your samples. In Proceedings of the 16th ACM Conference on Economics and Computation, pages 45-60. ACM, 2015.

[38]Tim Roughgarden and Okke Schrijvers. Ironing in the dark. In Proceedings of the 17th ACM Conference on Economics and Computation, pages 1-18. ACM, 2016.

[39]Jamie H Morgenstern and Tim Roughgarden. The pseudo-dimension of nearly optimal auctions. In Advances in Neural Information Processing Systems, pages 136-144, 2015.

[40]Vasilis Syrgkanis. A sample complexity measure with applications to learning optimal auctions. In Advances in Neural Information Processing Systems, pages 5352-5359, 2017.

[41]Chenghao Guo, Zhiyi Huang, and Xinzhi Zhang. Settling the sample complexity of single-parameter revenue maximization. In Proceedings of the 51st ACM Symposium on Theory of Computing. ACM, 2019.

[42]Yannai A. Gonczarowski and S. Matthew Weinberg. "The Sample Complexity of Up-to- ε Multi-Dimensional Revenue Maximization." 2018 IEEE 59th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS). IEEE, 2018.